

Title	John Perryと日本の数学教育 (数学史の研究)
Author(s)	公田, 蔵
Citation	数理解析研究所講究録 (2001), 1195: 191-206
Issue Date	2001-04
URL	http://hdl.handle.net/2433/64830
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

John Perry と日本の数学教育

立教大学名誉教授 公田 藏 (Osamu Kota)
Professor Emeritus, Rikkyo University

1. はじめに

John Perry (1850 – 1920) は英国の工学者で、工業教育の先駆者として知られているが、それ以上に、20 世紀初頭における数学教育改造運動の提唱者として知られている。Perry は 1870 年代の後半には日本で工部大学校の教師として工学および数学を教えている。Perry の日本および英国における教育経験は、発展して彼の数学教育改造の提案となった。ここでは Perry が日本の数学教育に及ぼした影響について考察する。それは一つは技術者・工学者のための数学教育であり、他の一つは学校数学である。このうち、後者のほうがはるかに影響が大きい。なお、前者は Perry の日本における「直接の」影響、後者は数学教育改造運動を通しての「間接の」影響といってもよいであろう。

最初に Perry の略歴を簡単に記しておく。(Perry については文献[18]にかなり詳しく述べられているが、数学教育に関する部分に限られている。しかし、数学教育の面だけ見たのでは、Perry の全体像はつかめないであろう。[6]は、現在までに発表されたものは一部分であるが、工学関係の部分も詳しく、完成すればすぐれた Perry 伝になるであろうと思われる。)

- 1850 年 北アイルランドに生まれる
- 1864 年 学校をやめて Belfast の工場で働く
- 1868 年 Belfast の Queen's College に入学
- 1870 年 Queen's College を卒業
- 1871 年 Bristol の Clifton College の教師となり、物理と数学を教える
- 1874 年 Glasgow 大学の William Thomson 教授 (後の Baron Kelvin of Largs) の助手となる
- 1875 年 (明治 8 年) 日本の工部大学校 (来日当時の名称は工学寮) の土木学の助教師となる (機械工学、数学も教える)
- 1879 年 (明治 12 年) 英国へ帰国
- 1882 年 London の Finsbury Technical College の機械工学の教授となる
- 1886 年 Royal College of Science の数学および力学の教授 (1913 年まで在職)
- 1901 年 Glasgow で開催された British Association の集会での講演において、数学教育を抜本的に改めるべきことを強く主張
- 1920 年 逝去

2. 工部大学校

明治 4 年 (1871), 工部省に工学寮が設けられ、工業教育機関の設置が企てられて、明治 6 年 (1873), 「工部ニ従事スル士官ヲ教育スル」学校として「工学寮」(工学寮工学校, 英語の

名称は Imperial College of Engineering) が開校された。当時は主要な工場等はすべて官営で、陸軍、海軍のもの以外はすべて工部省の管轄であったのである。明治 6 年 7 月の「工学寮入学式並学課略則」([27], 資料一, pp. 80 - 83) には次のように記されている。

第一 学寮ヲ設立スル所以ノモノハ大ニ工業ヲ開明シ以テ工部ニ従事スルノ士官ヲ教育スル処ナリ故ニ在寮ノ間ハ衣食住ヨリ諸経費ニ至ルマテ官ヨリ之ヲ給与スヘシ

但筆墨紙ケツト下着手回り小道具等自費タルヘキ事

第二 成業ハ概ネ六カ年ヲ以テ定限トス右期間中前四カ年間毎年六ヶ月ヲ以テ在寮ノ期トシ余六ヶ月ハ各自志願ノ学課ヲ實際ニ施業セシム後二カ年ハ工部ノ諸般ニ従事実地ノ学ヲ研究シ以テ成業ノ限トス満期後ハ七カ年間本省ノ指令ニ従テ奉職勉勵スルハ勿論タルヘシ

工学寮は年齢 15 歳から 18 歳まで（後に 20 歳までに改められる）の者を、試験の上入学を許可したのであり、当初の試験科目は「英語読書 聞書 算術 幾何学初歩 代数初歩 地理学初歩 窮理学初歩」であった。

「工学寮」は明治 10 年 1 月に「工部大学校」と改称される。以下、簡単のため、正式には「工学寮，工部大学校」というべきところを，単に「工部大学校」と記したところがある。

工学寮および初期の工部大学校の教師はすべて外国人(英国人)で，Henry Dyer (1848 - 1918) (当時の呼び方ではダイエル) が都検兼土木及機械学教師であった。都検とは教頭のことであるが，英文での職名は Principal である。「教頭」といっても教育の実際は Dyer に任されていたのであるから（下記の「工部大学校学課並諸規則」を参照），実質的には英文の名称の Principal のように「校長」であった。明治 6 年に日本へ赴任した当時の Dyer は二十歳代の半ばである。Dyer をはじめとする工部大学校教師の人選に当たっては，Glasgow 大学の William John Macquorn Rankine 教授（1820 - 1872，英国の工学者，物理学者。蒸気機関の熱力学に関しての貢献が大きい。近代的な工学の創始者でもある）に負うところが大きい。（Dyer は明治 15 年（1882）帰国し，その後は化学教師の Edward Divers (1837 - 1912)（ダイブルス，ほかにダイバルス，ダイヴァースなどとも記されている）が都検を兼ねる。Divers は工部大学校廃止後は帝国大学理科大学で明治 32 年（1899）まで化学を教える。）

工学寮，工部大学校の修業年限は六年で，最初の二年は予科学，次の二年は専門学，最後の二年が実地学であったが，この学校では，理論，応用，実地での訓練を統合したカリキュラムで教育が行われたのである。

明治 10 年 10 月の「工部大学校学課並諸規則」（明治 6 年 7 月の「工学寮入学式並学課略則」が整備されたもの）には次のように記されている（[27], 資料一, pp. 84 - 96）。

第一章 大学校建置ノ大旨及生徒修業ノ順序並ニ入校免許

第一節

大学校ハ工作局ニ属シ工部ニ奉職スル工業士官ヲ教育スル学校ナリ

第二節

生徒在校修業ノ期ヲ六年トス初二年ハ校中ニ於テ修学シ其後二年間ハ毎年六ヶ月間校中ニ於テ修学シ六ヶ月間ハ実地ニ就テ各志願ノ工術ヲ修業セシム後二年ハ全ク実地ニ就テ執業セシム如此ク修学ト実地執業ト相交互スルニ因テ各生徒前半年間在校修学スル所ノ諸術ヲ以テ後半年間

実地ニ就テ経験スルヲ得ヘシ故ニ教授ノ法ヲ立テ教師講義ノ外生徒自ラ講究スル者ヲ助ケ以テ之ヲ勉励セシム

第三節

在校修学ノ季ハ十月一日ヨリ起業翌年三月三十一日迄ヲ限リトス其間定式ノ休課ヲ与フ

第四節

毎年四月五月六月三ヶ月間ハ其年入校スル所ノ生徒ニ諸術ノ初歩ヲ教ヘ修学正季ニ入ルノ階梯トス休課中ニ独学セシムル学課ハ夏期ノ末ニ於テ之ヲ出スヘシ

第五節

七八九ノ三ヶ月ヲ以テ校中ノ休課トス此三ヶ月間ハ第一年第二年生徒ヲシテ校内ノ各試験場或ハ図学場ニ於テ執業セシメ又第三年第四年ノ生徒ハ四月五日ヨリ九月二十六日ニ至ルマテ実地ニ就キ士官ノ下ニ在テ実地作業セシム

第六節

入校免許ハ試験ヲ以テ及第スル者ヲ撰ミ命ス凡日本ノ臣民族々ヲ問ハス十五歳ヨリ二十歳ニ至ルマテ體質健康ニシテ行状端正ナルモノヲ試験シ及第スル者ヲ以テ入校ヲ免許スヘシ

第七節 入校試験ノ学課左ノ如シ

- 一 英文和訳
- 二 和文英訳
- 三 英文書取
- 四 英文典作文
- 五 算術
- 六 幾何学初歩
- 七 代数初歩
- 八 地理学

第九節

工学志望ノ者追々増加セシニ因リ向後入校試験ノ前ニ於テ仮試験ヲ設ケ翻訳地理並ニ算術ヲ試験スヘシ故ニ此試験ヲ經ルニ非サレハ本試験ヲ受ルヲ許サス

第四章 諸術学課

第一節

校中ニ於テ教授スヘキ所ノ諸術学課左ノ如シ

- 一 土木学 道路橋梁ヲ經營川港ノ堤坊〔ママ〕等總テ土木ノ術ヲ云学課条目略ヲ見合スヘシ
- 二 機械学 機械ノ製作並ニコレヲ建造スルノ術ヲ云学課条目略ヲ見合スヘシ
- 三 電信学
- 四 造家学
- 五 実地化学及ヒ冶金学
- 六 鉱山学

右数課ノ中各生徒志願ノ一課ヲ研究スヘシ其一課ニ決志スルニ至テハ之ヲ變スルヲ許サス且學則ニ載掲スル順序ニ因テ修学ス可シ

但事宜ニヨリ志願ノ課ニ非スト雖トモ之ヲ命スルコアルヘシ尤私費生ハ此限ニ非ス

第九章 都檢及教師ノ職務

第一節

校中ノ総管學問ノ規則ハ局長都檢ノ責任トス

第三節

教授ノ方ニ於テ便易ノ法ヲ撰定シ以テ生徒ヲ教育シ成立ヲ期スルヲ以テ教師ノ責任トス

第八節

校中取締生徒取扱規則等ヲ定ムルハ局長都檢ノ任タルヘシ

Perry は明治 8 年 (1875) に「工部大学校」の土木学の助教師として来日した。この学校には、明治 6 年の開校当初から、Perry とは Glasgow の Thomson 教授の下で同門であった William Edward Ayrton (1847 – 1908) (エルトン) が電信学の教師として着任していた。Perry は工部大学校で Dyer や Ayrton を助けて学生の教育に従事した。Perry は土木学だけではなく、機械学や数学も教えたのである。また、Ayrton とは多くの共同研究を行った。Ayrton は明治 11 年 (1878) に、Perry は明治 12 年に英国に帰国する。

工部大学校では理論と実際の応用を統合したカリキュラムで教育が行われたが、これは世界的にも全く新しい試みであった。また、各科目の教育についてもいろいろと新しい試みがなされた。これは一つには工部大学校の教師はすべて若手の新進気鋭の英国人であり、しかも、伝統ある Cambridge や Oxford からではなく、新興の工業地域であるスコットランドから招聘したことによるのである。

例えば工部大学校では方眼紙 (squared paper) を使用しての工学教育が行われたが、これは世界的に見ても数学や工学教育における方眼紙利用のごく初期の例に属する。Perry が物理や数学の教育に際して最初の方眼紙を用いたのは Clifton College の時であったと考えられているが、Perry や Ayrton は工部大学校においてこのアイデアをさらに発展させ、方眼紙を利用して数学や工学教育を行ったのである ([1])。明治初年にわが国で方眼紙が作られていたとは考えられないので、用いた方眼紙は輸入品で、しかも相当高価であったと考えられる (大正初期でも方眼紙は高価であった ([25], p.239))。また、Ayrton の研究室は、世界的に見て、当時の最新の設備をもった第一流の電気学の研究室であったといわれている。Ayrton の実験室については、当時日本で出版されていた英字紙 Japan Weekly Mail の 1878 年 (明治 11 年) 10 月 26 日号に "A visit to Professor Ayrton's Laboratory" という記事があり、Perry は日本から帰国して数ヵ月後の 1880 年 1 月 22 日に The Society of Arts で発表した論文 "The Teaching of Technical Physics" ([19] に収録) の中でこの記事を紹介している。それによれば、工部大学校、Ayrton の実験室とその整備のための Ayrton のさまざまな苦勞、実験をしている学生の様子などが記されているが、その中に次のような記述があり、多くの学生が実験・観測のデータを整理し、方眼紙にグラフをえがいていたことが記されている。あわせて、工部大学校の教育に対する記者の感想が述べられている。([19], pp. 102 – 103)。

"Beside this was the drawing office; some of the students were making working drawings of instruments, but the majority were reducing observations and drawing curves on squared paper. (中略)

In some of the smaller rooms of these old buildings we found students working at various investigations, in heat, light, and electricity. We find it impossible to imagine that such work has been wasted. If we could share Mr. Ayrton's belief in the great power shown by some of his students, we might believe that a great school of scientific thought has been founded; and although we venture to doubt the

existence of sufficient capacity in the Japanese mind for high original scientific work when unhelped, still our visit to this, the finest physical laboratory which exists, perhaps, in the world, has impressed us with the notion that those students whom we saw working will yet leave an important impression of their own upon the history of science."

この記事引用した後に、Perry は次のように、Ayrton が、しっかりした理学の基礎の上に、理論と応用を統合した形で電信学を学ばせるようにしたことが成功をもたらしたことを述べている ([19], pp. 103 - 104)。

It will be observed from this description that the great objects which Professor Ayrton had in view, and which, I am in a position to say, were carried out th great success, were that:— 1. His elementary lectures could be illustrated to some extent by the students themselves. 2. His students stayed with him a long enough time, and in sufficient numbers, to make laboratory work an important part of the scheme of instruction. 3. He could, to advanced students, make his lectures technical, that is, he could assume a knowledge of the principles of natural science, and show how these principles were employed, not merely alone, but in conjunction with each other in telegraphic engineering, and in other departments of applied physics. 4. His students, without disconnecting themselves from the natural philosophy department, could attend lectures on such parts of technical physics as did not come within the province of Mr. Ayrton himself, mechanical engineering, and applied mechanics of all kinds, &c. 5. Even when students conducted experiments in the engineering laboratory, they were taught to consider themselves as still continuinbg their researches in natural philosophy. In consequence of all this, probably every one of the great number of workers in the establishment was full of an idea of the importance of the work he was doing, and was constantly becoming more intimentely acquainted with the laws of nature.

これは Ayrton の電信学を例として、工部大学校の教育全般について述べたものと考えてもよいであろう。Perry は、帰国後間もない 1879 年の論文 "Technical Education" の中でも、工部大学校の教育におけるしっかりした基礎教育が、実地での訓練において有効であることを述べている ([19], pp. 84 - 85)。

このように、工部大学校はいろいろと新しい試みがなされた「実験学校」であったが、この「実験学校」は成功であった。Dyer は後年の著書 "Dai Nippon" (1904) の中で工部大学校についていろいろと言及しているが、その中に次のような記述がある ([2], 邦訳書, p.36)。

「修業年限を六年とし、最初の二年間は工学のすべての学科に共通して必要な一般的な教育を施す。第三学年の初めに、学生はこの先専攻しようとする専門学科を選択する。(中略) 第三学年と第四学年は、それぞれ半年を教室での講義に充て、残りの半年は教室外で実地の研修を施した。そして教科課程の最後の二年間は、完全に実地研修に充てることにしていた。

こうして学生たちは、自分の選んだ専攻分野について、理論と実学の両面にわたってバランスのとれた適切な教育指導を受けることができた。工部大学校の卒業生が社会に出て成功を収めたのも、在学中に受けた教育の方法がきわめて適切なものだったおかげであるのは、疑うべくもない。大学校の教室そのものの教育でも、単なる教科書中心の授業は二義的なものとみな

された。学生たちは事務所や研究所、さらには実際の工場建物の図面を描いてみるといった方法を通じて理論と実践の関係について教わり、客観的な観察と独創的な思考の習慣を身につける訓練を受けた。

工部大学校は工部省の所管だったので、学生たちは工部省が管轄する工場施設や公共事業の現場に自由に出入りすることができ、それがほかの学校の学生にはまねのできない利点ともなった。

（中略）工部大学校の教育がきわめてすぐれていたことを何よりもはっきりと立証しているのは、学生たちが卒業後に社会で示した輝かしい業績である。」

3. 工科大学の数学教育

明治初期における工学教育は、工学寮以外でも行われていた。その一つに東京開成学校がある。東京開成学校の源は徳川幕府の洋学機関である洋学所であるが、何回か名称・組織が変更されており、東京開成学校という名称は明治6年（1873年）8月からである。明治10年4月、東京開成学校と東京医学校とが合併し、東京大学が創立された。同時に、東京英語学校は東京大学予備門と改められた。創立当初の東京大学は法、理、文、医の四つの学部で構成され、工学に関する教育は理学部で行われた。理学部は当初は化学科、数学物理学及星学科、生物学科、工学科、地質学及採鉱学科の五学科から成っていたのである。工学科は最終学年で機械工学と土木工学とに分かれ、学生はその一方を専修することになっていた。文献[28]から見る限り、当時の東京大学における工学教育は、工部大学校にくらべて講義の比重が大きいように見受けられる。しかし、工学教育において実習が重要であることは、当時の東京大学の工学担当の外国人教師も指摘していたところであった。工学科の数学についていえば、明治10年以降は菊池大麓（1855 - 1917）教授または三輪桓一郎（1861 - 1920）助教授が担当した年度が多いが、その内容は微分積分、解析幾何であり、特に応用を意識したものではないように思われる。菊池は「純正及応用数学」や「応用数学」の講義も担当しており、そこでは幾何光学や力学などが扱われたが、その対象となる学生は工学科の学生ではなく、数学、物理、星学科の学生であった（後に「純正及応用数学」や「応用数学」はなくなり、「力学」が設けられる）。微分積分の教科書はTodhunterのもの（[30]、[31]）が用いられ、力学もTodhunter、解析幾何はPuckleの円錐曲線などが用いられていた。このように、明治十年代においては、東京大学と工部大学校では、工部大学校のほうがはるかに実際と結びついた形で工学教育を行っていたのである。専門分野も学生数も工部大学校のほうが多かった。

しかし、工部大学校は短命であった。すなわち、工部省は明治18年12月に廃止され、工部大学校は文部省に移管され、翌明治19年3月、東京大学工芸学部（東京大学理学部の工学関係の学科を分離して明治18年12月に設立されたもので、工部大学校移管に際しての受け皿として作られたものといわれている）と統合されて、帝国大学工科大学となったのである（後の東京帝国大学工学部）。なお、工部大学校予科は東京大学予備門に併合され、さらに、同年4月の中学校令により、東京大学予備門は第一高等中学校となった（後の第一高等学校）。

文献[28]第五、第六巻には、工科大学発足の明治19年（1886）から23年までの「工科大学年報」が収録されている。この中には教官の「申報」（授業に関する報告）が収録されているが、機械工学科の助教授井口在屋（いのくち・ありや、1856 - 1923）の申報には、井口が担

任した工科大学の数学に関するかなり詳細な記述がある。井口の申報は文献[28]全巻の中で、数学の内容に関する最も詳細な記述である。(数学の授業の方法については、菊池大麓の申報の初期のものが詳しい。)

井口は明治 15 年 (1882) 工部大学校機械科卒業で、後に東京帝国大学工学部教授、日本の機械工学の父といわれている。渦巻ポンプの改良に関するすぐれた業績があり、「ゐのくち式ポンプ」は広い用途に利用された。後に井口はポンプの製造販売会社を設立する。井口は工部大学校で Perry から教を受けており、小倉金之助は[17]において井口を「ペリーの使徒」と呼んでいる ([17], p. 343)。井口は後年 Perry 流の数学や工学教育を提唱している ([18])。

井口の申報の機械工学に関する授業は年度によって科目も内容も違うが、数学の内容は細部は異なっているが大体は同じであるから、代表的なものとして、「工科大学明治二十二年年報」所載のものを次に記すことにする ([28]第六巻, pp. 390 – 392)。

助教授井口在屋申報

明治二十一年九月十一日ヨリ同二十二年七月十日ニ至ル一学年間余カ担任セシ授業ノ概況左ノ如シ

第一年級土木、機械、造船、電気、造家、造兵及火薬ノ諸学科生ヲ合併シ第一第二期ニ於テ微分術、積分術及微分方程式ヲ授ケ第三期ニ於テ立体分析幾何ノ随意講義ヲナセリ

又タ右ノ合併級ニハ本学年ヲ通シテ応用力学中ノ一部ナル動力学ヲ講授シタリ

第一年級土木、機械、造船、電気、採鉱冶金、造兵、火薬及応用化学生ヲ合級シ之ニ一学年間水力機、唧筒、カラクリ等ノ講義ヲ授ケタリ

以上各学課ニ関シ講述シタル其細目ヲ挙クレハ即チ左ノ如シ

第一 数学

微分術

順次微分法、函数ヲ級数ニ拡張スルコト、不定式ノ値ヲ求ムル法、函数ノ最昇及最降、接線、ノルマル、アスィムプトोट、曲率、曲率半径、奇点、インボリュート、エボリュート、エンベロップ、トラゼクトリイ、曲線ヲ画クコト

積分術

普通ニ知ラレタル積分、分数ノ積分、順次変換積分法、二重三重多重積分法、積分ノ界限及変化、界限積分、平面及曲面ノ積、曲線ノ長さ、立体ノ容積、略近積分法

微分方程式

一級一次ノ微分方程式ノ解法、変数ヲ離別スルコトヲ得ル場合、変数カ平等次ナル場合、リ子アル成ル場合、全備ナル場合、格段ナル場合ニ於テ積分係数ヲ求ムル法、一級ニシテ二次以上ナル微分方程式ノ解法、一級一次微分方程式ノ奇異解法、定係数方程式ノ解法、記号的解法

代数的立体幾何

面ノ方程式、方程式ノ軌跡総論、点直線平面ノ論、二次曲面ノ論、曲面ノ接平面、接錐、ノルマル

第二 応用力学 運動ニ関係スル部分

点ノ運動、関係運動、平面上平面ノ運動、立体ノ運動

直線上運動、ハルモニック往復、距離平方反比例運動、距離比例ハネカヘシ運動、鎖、弾子、揺子等、往復運動カ空気等ノ抵抗ニ因テ次第ニ消滅スルコトノ論、立体ペンデュラム、転動立体

ペンデュラム，シクロイドペンデュラム，運動体ノ勢力，ハジミ車，衝力

動水学，現存高，圧力高，速度高，速度，流量，流水摩擦ノ定則，動水勾配，動水平均深サ，コントラクテツドヴェイン，コントラクション，速度，流量ノ係数，薄キ孔，短キ管，水門等ヨリノ流量，管中ノ摩擦，曲リ急ニ大ナル場，急ニ小ナル場所等ノ高サノ損失，開キタル水道ノ流量，諸公式，水溜ヲ満タス時間空シクスル時間，例題，雜課

ついで「第三 カラクリ 第四 水力機，唧筒等」として，それぞれの内容が述べられているが，この部分は省略する。最後に，「右ノ外機械工学第一第二年生並ニ電氣工学第一年生ニ機械製図ヲ授ケタリ」と記されている。

この数学の授業は第一，第二学期週3時間である（当時は一学年三学期制である）が，微分積分と微分方程式のひととおりの内容が含まれている。申報に記されている用語は現在用いられているものと少し違うが，大部分はおよその見当がつく。しかし，中には意味のはっきりしないものもある（一例をあげれば，堺限あるいは界限は *limit* のことであるから，堺限積分は限界のある積分すなわち定積分のことかとも考えられるが，これに先行して多重積分が記されているので，変格積分のことであろうとも思われる。はっきりしたことはわからない）。第三学期に行われた随意講義の立体解析幾何学についても，解析幾何学のひととおりの内容が講義されている。井口の講義内容は，今日の工学部の学生の基礎教育としての数学の原型である。また，「応用力学 運動ニ関係スル部分」は，質点および剛体の運動と流体動力学であるが，この中には「応用数学」と考えてよい内容も含まれている。

さきに述べたように，井口は工部大学校で Perry の教えを受けているが，井口のこの数学の講義が Perry 流のものであったかどうかは，この申報だけからはわからないが，次の年度の「工科大学明治二十三年年報」では，井口の申報の数学の部分は次のように記されている。

数学

微分術 画学法ヲ用ヒテ函数ノ最小及最大価値ヲ求ムルコト，同法ヲ用ヒテ不定式ノ堺限価値ヲ求ムルコト，微分術ノ幾何的応用

積分術 普通ニ知ラレタル積分，分数ノ積分，順次変換積分法，二重三重多重積分法，積分ノ堺限及変化，界限積分，平面及曲面ノ積，曲線ノ長サ，立体ノ容積，略近積分法，函数ヲ三角函数的級数ニ拡張スル法

微分方程式 一級一次ノ微分方程式ノ解法，変数ヲ離別スルヲ得ル場合，変数カ平等次ナル場合，リ子アル成ル場合，全備ナル場合，格段ナル場合ニ於テ積分係数ヲ求ムル法，一級二次以上ナル微分方程式ノ解法，クレイロオ氏方程式，変数二ツノ中一ツノミ存在スル場合，変数一次ナル場合，変数平等次ナル場合，変換シテ解スルヲ得ル場合，一級多次方程式ノ奇異解法，リ子アル定係数方程式ノ解法，記号的解法

この，「画学法ヲ用ヒテ」というのはグラフの利用のことであると考え。それ以外に，簡単な方法で函数の最大値や最小値を図的に求める方法はないからである（製図，画学は *drawing* の訳語であるが，ここに「製図」ではなく「画学」と記していることも，グラフであることの一つの裏付けとなると考える）。したがって，グラフを用いて函数の最大値，最小値（あるいは極大値，極小値）を求めること，および，グラフを利用して不定形の極限值を求めることを

講義したことになる。これは Perry の流儀を取り入れての数学の授業である。恐らく、その前年度や前々年度の講義でも、このような方法がとられたのではないかと考える。また、この年度の「積分術」の部分の記述は前年度のものと大体同様であるが、「微分術」の部分の記述は前年度より簡単で、記されている内容が少なくなっている（高次導函数や函数の級数展開（Taylor 展開）がなくなっている）。これは高等中学校の教育が整備されて、大学において微分法の初歩を改めて講義する必要がなくなったからではないかと考える。（なお、明治二十二、二十三年度の申報には、第一学年の学生に「本学年ヲ通シテ応用力学中ノ一部ナル動力学ヲ講授」したとあるが、この動力学の内容には、理論的に扱おうとすれば微分積分学や微分方程式の知識を必要とするものが含まれているので、微積分と並行してどのように講義が行われたか知りたいと思っているが、果たせずにいる。Perry の "The Calculus for Engineers" (1897) には力学からの例がいろいろと記されているが、井口は恐らくこの原型（の一部）となったと思われる Perry の工部大学校での講義にヒントを得て、数学と動力学の講義をしたのではなかろうかと想像している。なお、明治二十三年度の内容には流体動力学はない。）

また、造船学科の教授三好晋六郎（1857 - 1910、明治 12 年（1879）の工部大学校第一回の卒業生で、1880 年から 1883 年まで Glasgow 大学に留学し、造船学を学ぶ）が造船学科の第一学年の学生に行った講義の中には、次のような内容がある（「工科大学明治二十三年年報」所載の申報、他の年度についても類似の内容が記されている）。

- 一 トラペゾイダルシンプソン規則及其他曲線平面積立方積ノ計算ニ適用スヘキ諸規則ノ証及応用
- 一 曲線面積、曲線容積、排水量、力率、平面積ノ中心、立体ノ重心、浮泛力ノ中心等ノ計算
- 一 排水量及浮泛力ノ中心ヲ幾何学的ニ因テ定知スル法

ここで、「諸規則ノ証及応用」という文言があるが、これによって、必要とする数学そのものをしっかりと教授した上で工学の講義を行ったことがわかる。基礎理論と応用を統合し、一体化した授業内容としても注目してよいと考える。

Perry の日本での滞在期間は比較的短かく、加えて工部大学校は「文部省」ではなく「工部省」が設置した学校で、しかも短命であったこともあって、Perry 自身の工部大学校における数学教育の、その後の日本の数学教育、特に学校数学への「直接の」影響は大きくはない。しかし、井口在屋をはじめ、当時工部大学校で学んだ何人かの学生に Perry が大きな影響を与えたことも事実である。Perry、あるいはもっとひろく、工部大学校の教育が与えたものは、理論と実際との一体化であり、数学教育についていえば、役に立つ数学、数学を工学に応用することであった。明治以前のわが国においては、数学は一般には実学と見なされていたが、工部大学校における数学教育は、このわが国における実学としての数学という思想に共通するものがある。

しかし、「工科大学」となってからは、「実学」とともに「理論」も重視されるようになってくる。数学についていえば、第一学年の学生に対して、応用面を配慮しながらも本格的な数学の授業（特に、応用面を配慮した解析学の授業）が行われるようになっていく。しっかりした数学（および力学、物理学）の基礎にたつての工学教育、これは工部大学校の教育の発展である。それはその後の工学部における教育に引き継がれていくのである。

4. 数学教育改造運動

Perry は帰国後、日本の工部大学校での体験をふまえ、さらに工業教育、数学教育に関する研究と実践を重ねる。Perry は 1882 年に London の Finsbury Technical College の機械工学の教授として赴任するが、この学校はイギリスにおける最初の Technical College としてその前年の 1881 年に London の City and Guilds により設立された学校で、Ayrton および H. E. Armstrong (1848 - 1937, 理科教育の開拓者として知られている) は設立当初からのスタッフであった。Perry はここで Ayrton に再会し、Armstrong に会う。Armstrong は Perry の終生の友人となった。Ayrton, Perry, Armstrong の三人は互いに影響を及ぼしあって、ここで数学、理科、工学教育の新しい試みがなされたのである。特に Perry は、それまでの大学で行われていた数学教育よりは、より工学の学生に適した数学の教育課程の研究・開発と実践につとめる。(この時期の Perry および Armstrong の思想の発展を調べることは、19 世紀から 20 世紀へかけての数学教育史および理科教育史の重要な研究課題であると考えられる。しかし、そのような研究を行うためにはイギリスで原資料に当たってみる必要があると思われる。日本にいてでできることには限界があるであろう。) このような研究と実践の結果として、Perry は "Practical Mathematics" のカリキュラムを提案し (*Nature*, 1900), ついで 1901 年の Glasgow で開催された British Association の集会における講演 "The Teaching of Mathematics" となったのである。Perry はこの講演において、新しい時代に対応するように、伝統的なユークリッドの枠組みから脱却して、もっと「役に立つ」数学を学ばせるように、数学教育の改造を強く主張したのである。

Perry は「有用性」を強調するが、Perry のいう数学を学ぶことの有用性は、単なる目先の応用に役立つ数学を学ぶことだけを意味するではない。彼は、1901 年の講演 ([20]) において、「私は数学の学習における有用性について、はっきりした形で心に浮かんだことがらを急いでまとめてみた」といい、ついで、それを次のように述べるのである。

(1) In producing the higher emotions and giving pleasure. Hitherto neglected in teaching almost all boys.

(2) *a* In brain development.

b In producing logical ways of thinking.

Hitherto neglected in teaching most boys.

(3) In the aid given by mathematical weapons in the study of physical science. Hitherto neglected in teaching almost all boys.

(4) In passing examinations. The only form that has not been neglected. The only form really recognised by teachers.

(5) In giving men mental tools as easy to use as their legs or arms; enabling them to go on with their education (development of their souls and brains) throughout their lives, utilising for this purpose all their experience. This is exactly analogous with the power to educate one's self through the fondness for reading.

(6) Perhaps included in (5): in teaching a man the importance of thinking things out for himself and so delivering him from the present dreadful yoke of authority, and convincing him that, whether he obeys or commands others, he is one of the highest of beings. This is usually left to other than mathematical studies.

(7) In making men in any profession of applied science feel that they know the principles on which it is founded and according to which it is being developed.

(8) In giving to acute philosophical minds a logical counsel of perfection altogether charming and satisfying, and so preventing their attempting to develop any philosophical subject from the purely abstract point of view, because the absurdity of such an attempt has become obvious.

ここに列挙された項目の中には、普通にいわれる数学の実用性、数学教育の実用的価値だけではなく、論理的思考や頭脳の訓練といった、数学教育の陶冶的価値も含まれているし、試験に合格することといった「目先の効用」まで含まれている。Perry は数学を学ぶことの有用性として、高尚な情緒を生み、知的なよろこびを与えることや、自分で物事をつきつめて考えることの重要性を学ぶことを、数学が科学のための道具として役に立つことと並んであげているのである。ついで Perry は「これらの機能はすべて、提案した新しいシステムでは、よく遂行されるであろうと信じる」と述べる。そして、中等学校においては、新しい時代に対応するように、ユークリッドの枠組みから脱却し、実験的方法を取り入れ、早い段階から方眼紙を利用し、函数やグラフを取り扱い、数学教育を抜本的に改めるべきことを主張する。そして、ユークリッド幾何のかなりの部分は、証明によってではなくて、実験や観察の結果から納得させるだけでよいのではないかと述べるのである。しかし Perry は、このようなコースに続く進んだコースでは、その内容の一つとして、ユークリッドに基づく論証的幾何学をあげているのである。

Perry のほかにも、例えばドイツの Felix Klein (1849 – 1925) もドイツの数学教育を改めるべきであるという考えをもっており、函数の概念を中心において学校数学を改めるべきであると考え、そのような活動を行っていた。Klein は「幾何学的な形で函数の概念」が学校数学の中心であるべきであると考えたのであるが、これは数学者 Klein 自身の研究主題とも密接に関係しているとともに、19 世紀後半における数学の発展の大きな流れに沿ったものでもあった。Perry の主張は急激な改革であったが、これに対してアメリカの Eliakim Hastings Moore (1862 – 1932) は、Perry や Klein の改造運動の主張には理解を示したが、急激な革命ではなく、もっと穏健な改革 ("Evolution, not Revolution") を主張したのである ([12])。このようにして、欧米諸国で「数学教育改造運動」が起こったのである。それは、20 世紀初頭における「数学教育の現代化」の運動であった。この運動の受け止め方は、国によってさまざまであった。

他方、わが国では、明治 35 年 (1902) の中学校教授要目によって、ヨーロッパ諸国の伝統的な数学科の教育課程を範として数学教育の枠組みがしっかりと定められた。すなわち、中学校の数学は算術、代数、幾何、三角法の四つに分けられ、幾何は第三学年から教授することとされ、そこでは伝統的なユークリッド幾何が厳密に取り扱われた。幾何については、「教授上ノ注意」の項に、「幾何ヲ授クルニハ論理ノ厳格ヲ重ンスヘシ例ヘハ比例論ヲ授クル場合ノ如キ濫ニ簡易ニ就カントスル為之ヲ省略シ若ハ之ヲ曖昧ニ附シ去ル弊ニ陥ラサランコトヲ要ス但生徒学力ノ進度ニ依リ一時之ヲ仮定シテ後回シトナスハ妨ナシ」と記されている。論証幾何を学ぶ前段階としての直観幾何は害あって益なしとして排除された。この教授要目は明治 44 年に改正されたが、数学教授要目の改正は大幅ではなく、数学教育改造運動の影響は見られない。函数やグラフは、「三角函数」という用語を除けば、要目にはない。明治 44 年には高等女学校の教授要目が定められたが、数学についてみれば、中学校よりは授業時間数が少なく、従って

内容も少なく程度も低いものであった。

Perry, Klein, Moore による「数学教育改造運動」の考え方は、間もなく、東北帝国大学の林鶴一（1873 - 1935）、ついで東京高等師範学校の黒田稔（1878 - 1922）によってわが国に紹介される（黒田は 1910 年から 1913 年までヨーロッパおよびアメリカに留学して数学教育を研究し、ドイツでは Klein のもとで学んでいる）。そして、Klein の改造運動の考え方に沿って著された Behrendsen-Götting の *Lehrbuch der Mathematik nach modernen Grundsätzen* は森外三郎によって邦訳され、「新主義数学」と題して大正 4 年（1915）に文部省から出版されたのである（このことは、文部省内にこの考えに理解をもっていた人があったことを示している）。しかし、「改造運動」の考えを取り入れての教授要目の改正は、昭和期、1930 年代になってようやくなされるのである。

この間に、中等教育および高等教育は次第に拡充されていった。大正 7 年（1918）には中等教育研究会主催の全国師範学校中学校高等女学校数学科教員協議会が開催され、師範学校、中学校および高等女学校の数学教育の改善についての協議がなされたが、このときの協議題の中には「函数及びグラフに関する事項を教授する時期及び程度」、「幾何教授において幾何学入門を課し其の他此の教授において実験実測を加味する方案」などがあつた。この協議会の席上で提出された動議に基づき、数学教育の進歩改善を図ることを目的として、翌大正 8 年に日本中等教育数学会が設立された。現在の日本数学教育学会の前身である。（佐藤良一郎（1891 - 1992）は後年、この時代の数学教育に関して、その「舞台裏」まで含めて述べており、当時の実状がわかる（[25]、第 5 章に所載）。）また、大正 7 年 12 月には、高等教育の拡充を目的として、「大学令」および「高等学校令」が公布された。これによって私立大学が認められ、また、中学校第四学年修了で高等学校高等科の入学資格が認められるようになったのである。このような状況をふまえ、文部省では大正期に中学校教授要目の改正を少なくとも二回企てたのであるが、諸般の事情からこれは実現しなかったのである。

大正 13 年（1924）に小倉金之助（1885 - 1962）は[16]を、佐藤良一郎は[23]を著して、ともに日本の数学教育を改めるべきことを主張したが、この両著のいずれにおいても、函数の概念を中等学校数学教育の中心思想とすべきことが述べられ、函数概念導入の自然な帰結として、中学校の数学に微分と積分の概念（微分積分の技術ではない！）を導入することが主張されている。特に小倉は、「数学教育の意義は科学的精神の開発にある」として、伝統的なユークリッドの枠組みから脱却しての数学教育の改造を強く主張したのである。佐藤はついで昭和 4 年（1929）の著書[24]において、より具体的に、佐藤自身の東京高等師範学校附属中学校における教育経験に基づき、当時の教授要目のもとでも実行可能なプランを提示したのである。なお、少し「短絡的」な表現をするならば、小倉は Perry に近く、佐藤は Klein や Moore に近い考えであつたといふことができよう。

5. 昭和前期における数学科教授要目改正 - 改造運動の日本的受容

昭和 6 年（1931）にようやく中学校教授要目が改められたが、数学科の教授要目は、代数、幾何等の科目に分けず、単に学年ごとの内容を大まかに示しただけの簡単なものであつた。授業時間数についても若干の自由度が設けられた。したがって、具体的な取扱いの方法には自由度があり、数学教育改造運動の考え方を取り入れることもできれば、旧来のような方法でもで

きるものであった。この要目では第一学年に「幾何図形」という内容が取り入れられ、論証幾何を学ぶ前段階としての直観幾何が導入され、また、「注意」の中の一項目に「教授ノ際常ニ函数觀念ノ養成ニ留意スベシ」とあり、ここに「函数觀念」が中学校の数学に取り入れられたのである。しかし、実際には教科書の多くは算術・代数、幾何・三角法というように二つの分野に分けた形で編纂され、授業も従来のものに近い形で行われた場合が多かったのである。

他方、小学校では算術教科書が全面的に改められ、新しい国定教科書「尋常小学算術」が昭和 10 年（1935）の一年生から使用された。この教科書は、数学教育改造運動などの数学教育に対する新しい考え方も考慮して、「児童の数理思想を開発し日常生活を数理的に正しくするやうに指導することに主意を置いて編纂」された画期的なものであった。この教科書では函数やグラフの考えや、直観幾何が積極的に取り入れられたのである。

この頃、時局の推移に伴い、政府では学校教育の抜本的改革を企てていた。そして、昭和 16 年 4 月には「国民学校令」が施行され、明治以来の「小学校」が「国民学校」と改められ、教科も教育内容も全く改められたのである。「算術」は「算数」と改められ、理科と合わせて「理数科」となった。理数科算数の目的は「数・量・形ニ関シ国民生活ニ須要ナル普通ノ知識ヲ得シメ数理的処理ニ習熟セシメ数理思想ヲ涵養スルコト」である。そして、その翌年の昭和 17 年（1942 年）3 月に、中学校および高等女学校の数学、理科の教授要目が全面的に改められた。当時文部省では初等教育に引き続き中等教育も抜本的改革をする予定で準備を進めており、それは昭和 18 年の「中等学校令」になるのであるが、それを待たずに、というより、時局の推移はそれを待てずに、刻下の急務として数学と理科の教授要目を改正したのである。本来ならば、小学校の算術教科書が改められたのに伴って、中学校や高等女学校の数学教授要目は昭和 16 年から改められてしかるべきであったが、文部省での準備が間に合わず、昭和 16 年には改められなかったのである。

昭和 17 年改正の中学校、高等女学校数学教授要目の主たる目的は、一言でいえば数理思想の涵養である。しかしながら、この要目は、従来のような、まず理法を教えてその後にこれを応用するという方法をとるのではなく、具体的な操作、あるいは具体的事象の考察から理法を見出し、ついでこの理法を応用し、次へ進むという方針で作られている。科目構成も改められた。従来の代数、幾何といった分け方ではなく、中学校では、主として数、量を扱う「第一類」と、主として空間を扱う「第二類」の二系統に分けられたのである。以下、中学校についてみてみよう。要目にはまず次のように述べられている。

数学ニ於テハ数、量、空間ヲ中心トシテ事物現象ヲ考察処理スルノ能力ヲ錬磨シ数理ト其ノ応用トノ一般ヲ会得セシメ数理思想ヲ涵養シ国民生活ノ実践ニ導キ国運進展ノ実ヲ挙グルノ資質ヲ啓培スルコトヲ要ス

数学ニ於テハ数、量、空間ノ基本的性質ト其ノ重要ナル理法及之ガ応用ニ就キテ授クベシ
教授ニ当リテハ数、量、空間ノ関聯ヲ重視シ第一類ト第二類トノ二系統ハ相互ニ関聯セシメツ
ツ一体タル数学ノ目的ヲ達成セシムベシ

低学年ニ於テハ具体的ナル操作ニヨリテ基礎的考察処理ノ能ヲ得シメ学年ノ進ムニツレテ数理ノ厳正ナル考察ニ向ハシメ高学年ニ於テハ総合的考察力ノ涵養ニカムベシ

実測、作図等ノ作業ヲ重視シ知行一体ノ修練ヲ為サシムルト共ニ直観ト推理トヲ一体トシテ抽

象シ具体化スルノハタラキヲ錬磨シ工夫創造スルノ能力ヲ養フニカムベシ

反復練習ニヨリテ基本事項ヲ体得セシムルト共ニ実地ニ活用スルノ能力ヲ錬磨スルニカムベシ
教授ニ当リテハ国民ノ日常生活竝ニ郷土ノ實際ノ資料ヲ重視スベシ

全般ニ互リ産業、国防ノ観点ニ立チテ指導スベシ

これは数理思想の涵養とともに、応用重視である。ここには生徒のさまざまな活動を通して、数理を会得させ、特に役に立つ数学を学ばせるべきことが示されている。そして、この趣旨に沿って、いくつもの新しい内容が取り入れられた。例えば、解析幾何の初歩、計算図表、画法幾何、微分と積分の考え、確率と統計などである。他方、従来からの内容、特にユークリッド幾何学の取扱は、伝統的なものとは大きく異なっている。例えば、立体幾何の重視、平面幾何と立体幾何を区分せず一体化して扱ったこと、幾何の応用面の重視などである。

特徴的な一つの例は軌跡である。教授要目の第三学年第二類には次のように記されている。

軌跡

図形ノ連続的変形移動ヲ考察シ軌跡ノ概念ヲ明確ナラシム

運動スル点ノ画ク図形

条件ヲ満ス点ノ存在スル範囲

条件ニ従ヒテ動ク図形

この要目に従って編纂され、昭和 18 年 (1943) に発行された教科書「数学 中学校用 3 第二類」(昭和 17 年度には、教授要目は改められても新しい要目に準拠した教科書の発行は間に合わず、第三学年までの教科書の発行は昭和 18 年、第四、第五学年用の教科書の発行は昭和 19 年である。発行された教科書の内容と教授要目とは少し異なっている) の軌跡の章は、まず機械の運動を取り上げ、印刷機、ミシン、旋盤等の運動を調べることから入り、点の運動へと進み、軌跡の概念を導き、軌跡の初等幾何的な取扱をした後に、座標を用いて軌跡を求めること、点の位置を定めること(軌跡の交わりとして)、条件を満たす点の存在範囲を扱うという構成になっている。軌跡は、旧来の幾何の教科書にある「ある条件に適する点の全体の作る図形」としてではなく、「点がある条件に従って動くとき、その点のえがく図形」として取り扱われている。このような取扱をしているので、軌跡としては直線と円に限らず、二次曲線やサイクロイドなど、旧来の「幾何」では扱われなかったような曲線になるものも扱われている。教科書の体裁も従来のもとはすっかり変わり、大部分は問題(「通常の」数学の問題ではなく、作業を伴う課題を含む)で、これらの課題を解くためのさまざまな活動を通して、生徒に数理を会得させるというねらいで編纂されているのである。

昭和 17 年の要目には、20 世紀初頭以来の数学教育改造運動の主張が、内容・方法ともに、いろいろと取り入れられた。そして、Perry が「実用数学」の要目に掲げた内容の大部分が取り入れられているのである。このように、昭和期の 1930 年代から 40 年代前半における数学教授要目の改正や小学校国定算術教科書の改訂は、「改造運動」の考え方の影響を強く受けたものになっている。その意味で、Perry がわが国の数学教育に与えた影響は大きいものがある。

もう少し詳しく述べるならば、昭和 17 年の数学、理科の教授要目改正は、科学教育の抜本的改革と充実をはかったものであるが、数学についていえば、当時の政府主導の国民的運動で

あった「新体制運動」、すなわち、旧秩序・旧体制を打破して当時の国策に沿った形での新秩序・新体制を樹立するという運動、に乗った形で、「改造運動」の考え方を取り入れて「尋常小学算術」（あるいは国民学校理数科）に続く形で中学校および高等女学校の数学を全面的に再構成し、これによって数学教育の改善をかかり、時代の要請に応えたと考えられる。具体的、実際的な問題を解くという活動を通して数学の技能と数学的手法を習得させるとともに、その背後にある数理を会得させ、数学を学ばせるという方法は、江戸時代の和算以来の、わが国の伝統的な数学の教え方・学び方であるが、自分で努力して求め、本質的なものを会得するという方法は、単に数学とは限らず、わが国における学問、芸術、技術の伝統的な学び方であり、修行のしかたである。当時の諸般の情勢から、「日本の伝統と文化、日本的なもの」はこの要目に大きく影響を及ぼしているのである。さらに、実践を伴わないような知識は役に立たないという考え方も強く打ち出されている。これを要目では「知行一体ノ修練ヲ為サシム」と述べている（「知行一体」は中国の明代の思想家王陽明の知行合一論を意識しての表現であろうと思われる）。このように、この要目は、「改造運動」の考え方にわが国の「修行」という訓練の方法を取り入れ、具体的、実際的な問題を、生徒が作業を含むさまざまな活動を通して解いていくことによって、数理を会得させるとともに工夫創造する能力を養うように作られたものと考えられる。これは、Perry 以来の数学教育改造運動の日本的受容といってよいであろう。

なお、教授要目には「工夫創造スルノ能力ヲ養フニカムベシ」と記されているが、数学の教授要目に創造性を養うという目標が示されたのはこれが最初である。そして、この要目は、生徒はもとより、先生にも大変な努力を要求しているのである。

しかしながら、戦時中のため、この教授要目は完全には実施されることなく終戦を迎える。戦後の新しい教育制度のもとでは、数学では Perry の唱えたような意味での「役に立つ数学」はあまり取り上げられず、加えて 1970 年代頃の「Bourbaki 的現代化」が叫ばれた時代には、数学教育は「改造運動」の考え方とはまったく反対の方向へと向かっていったのである。

付記 本稿は平成 12 年（2000）8 月の研究集会での講演に加筆・訂正を加えたものである。

文 献

- [1] Brock, W.H. and Price, M.H., Squared paper in the nineteenth century: instrument of science and engineering and symbol of reform in mathematical education, *Educational Studies in Mathematics*, 11 (1980), pp. 365 – 381.
- [2] Dyer, H., *Dai Nippon*, The Britain of the East, London, 1904.
(邦訳:ダイアー「大日本」, 平野勇夫訳, 実業之日本社, 1999).
- [3] 藤沢利喜太郎, 算術条目及教授法, 大日本図書, 1895.
- [4] 藤沢利喜太郎, 数学教授法講義筆記, 大日本図書, 1900.
- [5] Howson, G., *A History of Mathematics Education in England*, Cambridge Univ. Press, 1982.
- [6] 板倉聖宣, ジョン・ペリーの生涯, 「数学のたのしみ」, 日本評論社, 連載中, 20 号 (2000), 111 – 119; 21 号 (2000), 99 – 108.
- [7] Kota, O., A History of Teaching Calculus in Secondary Schools in Japan, *Journal of the Cultural History of Mathematics*, vol.3, no.1(1993), pp. 56 – 59.

- [8] 公田 藏, 微積分教育の半世紀, *St. Paul's Review of Science*, 34 (1994), pp. 1 – 18.
- [9] 公田 藏, 近代数学と学校数学(その2), 旧制高等学校の数学, 数理研講究録 1130「数学史の研究」(2000), 189 – 203.
- [10] 松原元一, 日本数学教育史, I – IV, 風間書房, 1972 – 1977.
- [11] 三好信浩, 明治のエンジニア教育, 中公新書 695, 中央公論社, 1983.
- [12] Moore, E. H., On the Foundation of Mathematics, *Bull. Amer. Math. Soc.*, 9 (1902/3), 402 – 424; *Science*, 7 (March 1903), 401 – 416; also reprinted in the *First Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics*, 1926.
- [13] 日本放送協会編, 文部省中学校高等女学校数学及理科教授要目解説要項とその趣旨, 日本放送出版協会, 1942.
- [14] 「日本の数学 100 年史」編集委員会編, 日本の数学 100 年史, 上・下, 岩波書店, 1983, 1984.
- [15] 日本数学教育学会編, 日本の算数・数学教育 1996 20世紀数学教育思想の流れ, 日数教 YEARBOOK2, 産業図書, 1997.
- [16] 小倉金之助, 数学教育の根本問題, イデア書院, 1924. (「小倉金之助著作集 4」, 勁草書房, 1973 に, 1953 年改版のものが所収).
- [17] 小倉金之助, 数学教育史, 岩波書店, 1932.
- [18] 小倉金之助・鍋島信太郎, 現代数学教育史, 大日本図書, 1957.
- [19] Perry, J., *England's Neglect of Science*, London, 1900.
- [20] Perry, J., *The Teaching of Mathematics*, 1901, Reprinted in *Readings in the History of Mathematics Education*, NCTM, 1970.
- [21] J.ペリー, 武田楠雄訳編, 技術者のための微分積分学, 森北出版, 1959. (J. Perry, *The Calculus for Engineers*, 1897 をもとに, 邦訳, 校訂したもの).
- [22] Price, M., *Mathematics for the Multitude? A History of the Mathematical Association*, The Mathematical Association, 1994.
- [23] 佐藤良一郎, 初等数学教育の根本的考察, 目黒書店, 1924.
- [24] 佐藤良一郎, 数学教育各論, 東洋図書, 1929.
- [25] 佐藤良一郎先生白寿記念論文選集, 同選集刊行委員会編, 1989.
- [26] 塩野直道, 数学教育論, 河出書房, 1947.
- [27] 東京大学百年史, 全 10 巻, 東大出版会, 1984 – 1987.
- [28] 東京大学史史料研究会編, 東京大学年報, 全 6 巻, 東大出版会, 1993 – 1994.
- [29] 東京大学編, 東京大学コレクションV 学問の過去・現在・未来 第一部「学問のアルケオロジー」, 東大出版会, 1997.
- [30] Todhunter, I., *A Treatise on the Differential Calculus with Numerous Examples*, 5th ed., London, 1872 (First edition: 1852).
- [31] Todhunter, I., *A Treatise on the Integral Calculus and Its Applications with Numerous Examples*, 5th ed., London, 1878 (First edition: 1857, 4th ed.: 1873).
- [32] 湯浅光朝, 日本の科学技術100年史, 上, 下, 自然選書, 中央公論社, 1980, 1984.